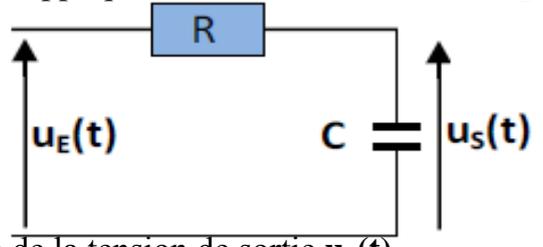


Les Filtres Bac Tech + Sc.Info

Exercice N° - 1 -

A l'entrée d'un **filtre RC** schématisé par la figure-suivante, on applique une tension sinusoïdale $u_E(t)$ de fréquence N réglable : $u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt + \frac{\pi}{2})$

On donne : $C = 0,47 \cdot 10^{-6} F$.

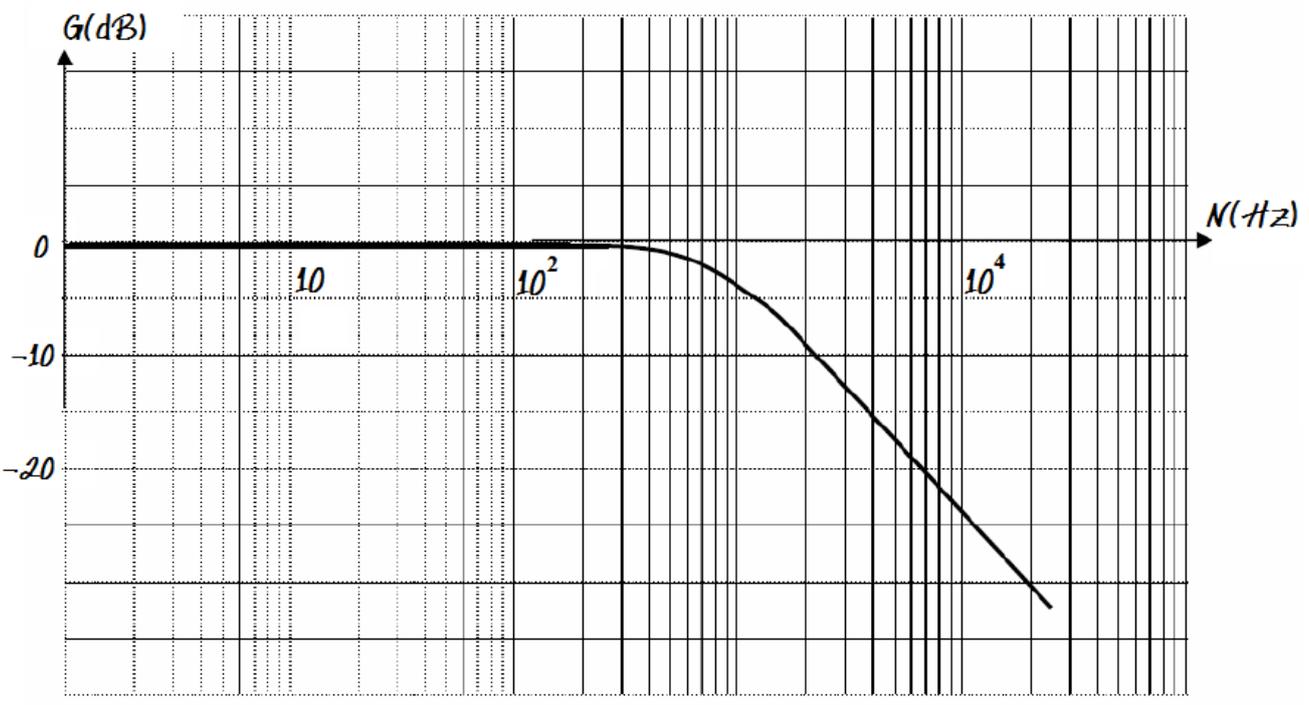


- 1°)
 - a- Expliquer brièvement le rôle d'un filtre.
 - b- Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension de sortie $u_S(t)$.

- 2°) Sachant que la tension de sortie s'écrit : $u_S(t) = U_{Sm} \sin(2\pi Nt + \varphi_S)$;
 - a- Faire la construction de Fresnel correspondante et préciser l'axe des phases.
 - b- Montrer, à partir de la construction de Fresnel, que la transmittance T du filtre a pour expression : $T = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi NRC)^2}}$.
 - c- Préciser, en se basant sur l'expression de la transmittance déjà trouvée, le comportement du filtre pour les faibles et pour les hautes fréquences.

- 3°) Sachant que le gain G du filtre s'écrit sous la forme suivante : $G = -10 \log [1 + (2\pi NRC)^2]$.
 - a- Donner la condition que doit satisfaire le gain pour que le filtre soit passant.
 - b- En déduire que la fréquence de coupure du filtre N_C est : $N_C = \frac{1}{2\pi RC}$
 - c - Préciser le nom de ce filtre.

- 4°) On fait varier la fréquence N et à l'aide d'un décibel mètre, on mesure à chaque fois le gain correspondant. On trace ainsi la courbe de réponse suivante :



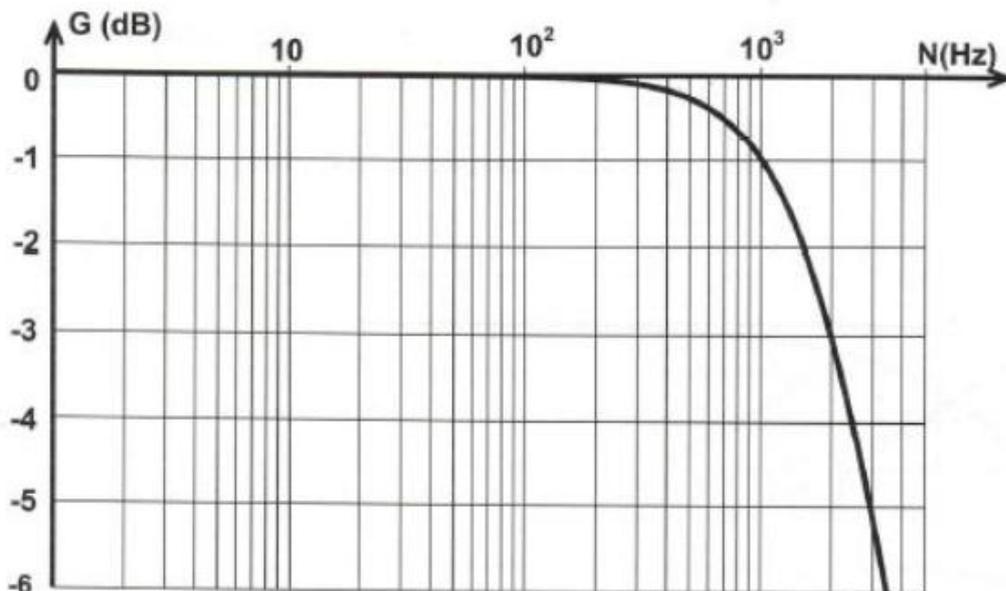
Déterminer graphiquement :

- a- Le gain maximal G_0 .
- b- La fréquence de coupure haute N_h .
- a- la valeur de la résistance R .

Exercice N° - 2 -

Un générateur basse fréquence (*GBF*) délivrant une tension sinusoïdale de valeur maximale constante, alimente un filtre *RC* constitué d'un condensateur de capacité C réglable et un conducteur ohmique de résistance R comme l'indique la figure ci-contre. On désigne par $u_E(t)$ la tension d'entrée du filtre et par $u_S(t)$ sa tension de sortie avec $u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt)$ avec $u_S(t) = U_{Sm} \sin(2\pi Nt + \varphi)$

Une étude expérimentale a permis de tracer La courbe ci-dessous traduisant la variation du gain G en fonction de N .

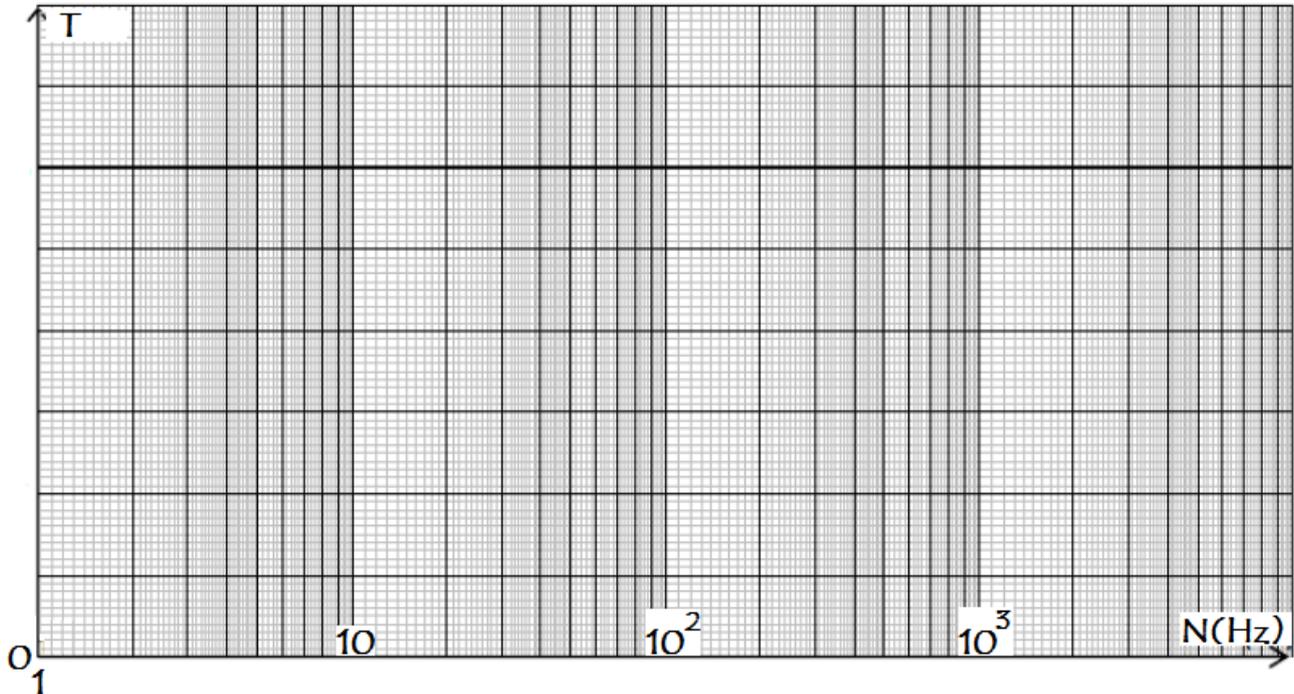


- 1-
 - a- Définir un filtre électrique.
 - b- Préciser, en le justifiant, si le filtre *RC* considéré est :
 - Actif ou passif.
 - Passe-haut, passe-bas ou passe-bande.
- 2- Le filtre *RC* permet-il d'amplifier la tension d'entrée ? Justifier.
- 3-
 - a- Déterminer graphiquement la valeur de la fréquence de coupure du filtre N_C et déduire sa bande passante.
 - b- On considère le signal (S_I) de fréquence $N_I = 3 \text{ KHz}$. Vérifier que ce signal n'est pas transmis par le filtre ?
- 4-
 - a- Montrer que l'équation différentielle régissant les variations de $u_S(t)$ s'écrit :
$$u_S(t) + RC \frac{du_S}{dt} = u_E(t)$$
 - b- Faire la construction de Fresnel relative a cette équation différentielle.
- 5- la transmittance T du filtre peut se mettre sous la forme : $T = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi NRC)^2}}$
 - a- Représenter sur le papier semi-logarithmique (*Figure - 1-*) l'allure de la courbe $T=f(N)$.
 - b- Etablir l'expression du gain G du filtre étudié.

c- Donner la condition que doit satisfaire le gain G pour que le filtre soit passant.

6- Déterminer l'expression de la fréquence de coupure N_c de ce filtre.

7- En déduire la valeur de C pour $R=150 \Omega$.



Exercice N° - 3 -

Un générateur basse fréquence (**GBF**) délivrant une tension sinusoïdale de valeur maximale U_{Em} constante, alimente un filtre **CR** constitué d'un condensateur de capacité C de valeur réglable et d'un conducteur ohmique de résistance R .

On désigne par :

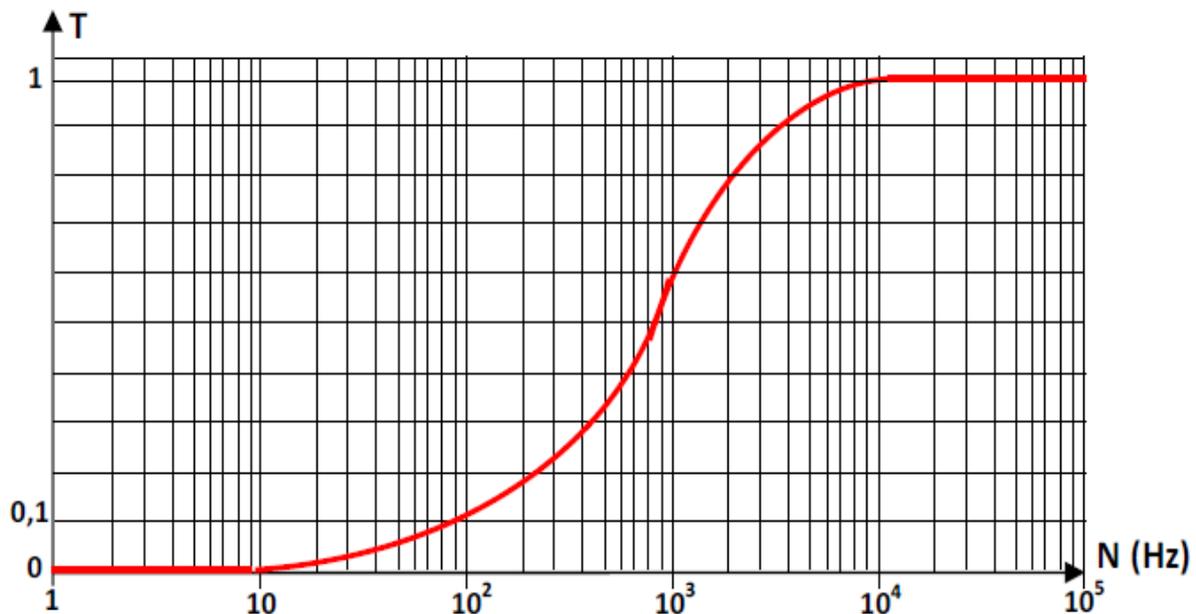
· $u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt)$: la tension d'entrée du filtre.

· $u_S(t) = U_{Sm} \sin(2\pi Nt + \varphi_S)$: la tension de sortie du filtre.

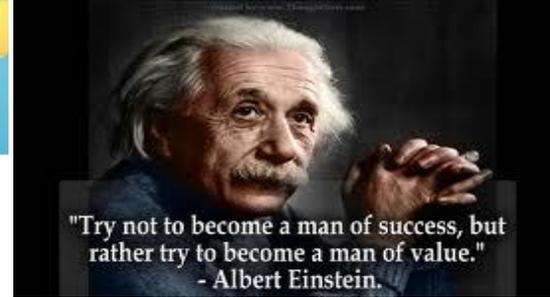
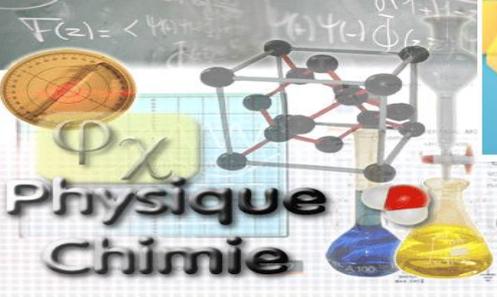
Pour une valeur de U_{Em} donnée, on fait varier la fréquence N du générateur. Pour chaque valeur de N on mesure la tension maximale U_{Sm} et par la suite on détermine la valeur de la transmittance

T du filtre par : $T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}}$

La courbe ci- dessous traduit les variations de T en fonction de N .



- 1-
- a- Définir un filtre électrique.
 - b- Préciser, en le justifiant, si le filtre **CR** considéré est :
 - Actif ou passif.
 - Passe haut, passe bas ou passe bande.
- 2-
- a- rappeler la condition pour qu'un filtre électrique soit passant.
 - b- Déterminer graphiquement la valeur de la fréquence de coupure du filtre et déduire sa bande passante. On prendra : $\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7$
 - c- On considère deux signaux (**S₁**) et (**S₂**) de fréquences respectives **N₁ = 1 KHz** et **N₂ = 2 KHz**. Lequel des deux signaux est transmis par le filtre ? Justifier.
- 3-
- a- Montrer que l'équation différentielle régissant les variations de la tension de sortie **u_S(t)** s'écrit : $u_S(t) + \frac{1}{RC} \int u_S(t) dt = u_E(t)$
 - b- faire la construction de Fresnel relative à cette équation différentielle.
 - c- Montrer que la transmittance **T** de ce filtre peut se mettre sous la forme :
- $$T = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2}}}$$
- 4-
- a- Montrer que la fréquence de coupure est donnée par la relation : $N_C = \frac{1}{2\pi RC}$
Calculer sa valeur pour **R = 104 Ω** et **C = 10 nF**.
 - b- Calculer la valeur limite **C₀** de la capacité **C** du condensateur permettant la transmission des deux signaux (**S₁**) et (**S₂**).



Exercice N°- 1-

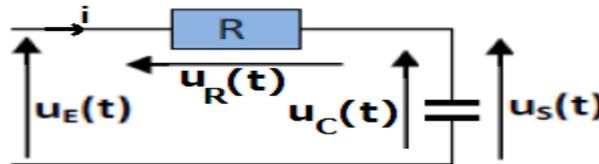
I-

1)

a- Le filtre est un quadripôle qui ne transmet que les signaux de fréquence (s) comprise (s) dans un certain domaine.

→ **Autrement**, un filtre est utilisé pour extraire ou supprimer la composante continue d'un signal, éliminer les fréquences indésirables ou sélectionner une bande de fréquences bien déterminée d'un signal.

b- Pour déterminer l'équation différentielle, on applique la Loi des mailles :



$$u_R + u_C - u_E = 0 \leftrightarrow u_R + u_C = u_E$$

$$\text{Avec } u_C = u_S \leftrightarrow u_R + u_S = u_E \text{ or } u_R = Ri \text{ et } i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} \leftrightarrow i = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{du_S}{dt}$$

Ce qui donne $u_R = RC \frac{du_S}{dt}$ on aura donc, $RC \frac{du_S}{dt} + u_S = u_E$ l'équation différentielle du filtre RC.

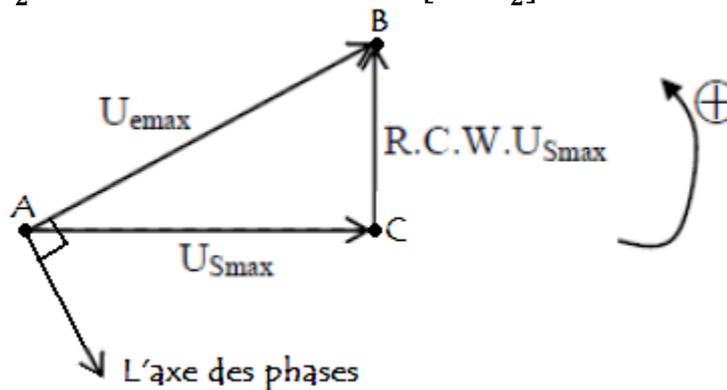
2) $u_S = u_{Sm} \cdot \sin(2\pi Nt + \varphi_S)$

a- Pour faire la construction de Fresnel correspondante, il faut tout d'abord associer à chaque terme de l'équation différentielle un vecteur (module + phase).

$$u_S = u_{Sm} \cdot \sin(2\pi Nt + \varphi_S) \rightarrow \vec{v}_1 [u_{Sm}, \varphi_S]$$

$$RC \frac{du_S}{dt} = 2\pi NRC u_{Sm} \cdot \sin(2\pi Nt + \varphi_S + \frac{\pi}{2}) \rightarrow \vec{v}_2 [2\pi NRC u_{Sm}, \varphi_S + \frac{\pi}{2}]$$

$$u_E = u_{Em} \cdot \sin(2\pi Nt + \frac{\pi}{2}) \rightarrow \vec{v}_3 [u_{Em}, \frac{\pi}{2}]$$



b- Le triangle ABC est rectangle en C, d'après Pythagore on a : $AC^2 + BC^2 = AB^2$

$$\leftrightarrow u_{Sm}^2 + (2\pi NRC u_{Sm})^2 = u_{Em}^2 \leftrightarrow u_{Sm}^2 [1 + (2\pi NRC)^2] = u_{Em}^2$$

$$\leftrightarrow \frac{u_{Sm}^2}{u_{Em}^2} = \frac{1}{1+(2\pi NRC)^2} \text{ Or on sait que : } T = \frac{u_{Sm}}{u_{Em}} \text{ d'où on aura : } T = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi NRC)^2}}$$

c- D'après l'expression de la transmittance **T** :

→ Si $N \rightarrow 0$ (faibles fréquences) alors $T \rightarrow 1 = T_0 = T_{max}$

→ Si $N \rightarrow \infty$ (hautes fréquences) alors $T \rightarrow 0$

- Par conséquent le filtre RC ne transmet que les basses (faibles) fréquences.

3) Le gain du filtre s'écrit: $G = 10 \log_{10}(1 + (2\pi NRC)^2)$

a- Pour que le filtre soit passant : $G \geq G_0 - 3dB$

b- Pour déterminer la fréquence de coupure il faut travailler pour $G = G_0 - 3dB$ avec $G_0 = 0 dB$

$$\Leftrightarrow G = -3dB \Leftrightarrow -10 \log_{10}(1 + (2\pi NRC)^2) = -3dB \Leftrightarrow \log_{10}(1 + (2\pi NRC)^2) = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$\Leftrightarrow 1 + (2\pi NRC)^2 = 10^{0,3} \approx 2 \Leftrightarrow (2\pi NRC)^2 = 1 \Leftrightarrow 2\pi N_c RC$$

$$\text{On aura donc : } N_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

c- Ce filtre **RC** ne transmet que les basses (faibles) fréquences, donc c'est un filtre passe bas de plus il est constitué uniquement des dipôles récepteurs passif : par conséquent le filtre est dit **passe – bas passif**.

4)

a- Graphiquement $G_0 = 0 dB$

b- $N_h = 900 Hz$

c- On a $N_c = \frac{1}{2\pi RC} \Leftrightarrow R = \frac{1}{2\pi N_c C} = \frac{1}{2\pi \times 900 \times 0,47 \cdot 10^{-6}}$ soit $R \approx 376 \Omega$